

Dans toute cette feuille d'exercice, comme on change de bases représentant les entiers, on indexe chaque séquence de chiffres par la base dans laquelle il faut l'interpréter. Ainsi, on note  $10_2 = 2_{10}$  pour signifier que la séquence 10 en base 2 est égale à l'entier 2 en base 10.

**Exercice 1**

1. Quels sont les entiers dont les représentations binaires sont  $10001_2$ ,  $110101_2$  et  $11111111_2$  ?
2. Donner la représentation binaire des entiers  $13_{10}$ ,  $85_{10}$ ,  $128_{10}$  et  $127_{10}$ .

**Exercice 2**

1. Additionner les entiers  $101001_2$  et  $1111010_2$  ? Vérifier votre calcul en convertissant dans la base 10.
2. Multiplier les représentations binaires  $10110_2$  et  $1011_2$ .
3. Effectuer à l'aide des représentations binaires le calcul de  $7_{10} \times 7_{10}$ .

**Exercice 3** *Incrémenter*, c'est ajouter un à un compteur. Par exemple, lorsqu'on incrémente un compteur dont la valeur est 13, on obtient la valeur 14. Lorsque le compteur est représenté en binaire, on passe ainsi de 1101 à 1110. Il existe une méthode infaillible pour incrémenter la représentation binaire d'un compteur :

- (i) commencer par le bit de poids faible (celui qui est le plus à droite) ;
- (ii) inverser le bit ;
- (iii) tant que ce bit est à zéro, recommencer l'étape (ii) avec le bit situé à sa gauche ;
- (iv) si on arrive au bout de la représentation binaire, ajouter un bit 1.

1. Exécuter cette méthode sur les représentations binaires 11011, 1000 et 11111.
2. Sachant que *décrémenter*, c'est retirer un d'un compteur ayant une valeur strictement positive, décrire une méthode qui réalise cette opération.
3. Décrire de même une méthode pour multiplier par deux la valeur d'un compteur.

**Exercice 4** La fonction suivante calcule la partie entière du logarithme en base 2 de l'entier strictement positif  $n$ , c'est-à-dire le plus grand entier  $\ell$  tel que  $2^\ell \leq n$ .

```

1 def log2(n):
2     r = 0
3     m = n
4     while m > 1:
5         r = r + 1
6         m = m // 2
7     return r

```

1. Exécuter la fonction `log2` avec le paramètre 8 en entrée.
2. Même question pour l'entier  $n = 7$ .
3. Expliquer pourquoi l'algorithme `log2` termine pour toute entrée  $n > 0$  (sans utiliser l'information qu'elle calcule la partie entière du logarithme en base 2).
4. Calculer, en justifiant, le nombre d'instructions effectuées par la fonction `log2` en fonction de la valeur de  $n$ , prise quelconque.

**Exercice 5**

1. Convertir  $FAC13$  de la base 16 vers la base 10.
2. Convertir  $1789_{10}$  de la base 10 vers la base 16.
3. Convertir  $ABCDEF_{16}$  de la base 16 vers la base 2 (sans passer par la base 10).
4. Convertir  $101110111100_2$  de la base 2 vers la base 16 (sans passer par la base 10).
5. Convertir  $110110110_2$  de la base 2 vers la base 16 (sans passer par la base 10).

**Exercice 6** Soit  $n$  un entier dont la représentation binaire est de la forme  $100 \dots 001$  (des bits 0 encadrés par deux bits 1). Quelles sont les représentations binaires des entiers  $n^2$  et  $n^3$  ?

**Exercice 7** Parce que seize peut s'écrire  $2^2^2$ , et puisque l'on parle de binaire pour la base 2, Bobby Lapointe estimait qu'on pouvait parler de *Bi-Binaire* pour la base 4, et de *Bi-Bi-Binaire* pour la base 16, terme qu'il abrègèa en **Bibi**. À partir de ce postulat, Bobby Lapointe inventa la notation et la prononciation de seize chiffres. À l'aide de quatre consonnes et de quatre voyelles, on obtient les seize combinaisons nécessaires :

HO	HA	HE	HI	BO	BA	BE	BI	KO	KA	KE	KI	DO	DA	DE	DI
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

La figure ci-après indique le moyen de conversion du décimal vers le bibinaire, en passant par le binaire et l'hexadécimal.

décimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
binaire	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
répartition	00	00	10	10	00	00	10	11	01	01	11	11	01	01	11	11
notation	○	∩	∪	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
prononciation	ho	ha	he	hi	bo	ba	be	bi	ko	ka	ke	ki	do	da	de	di

Pour définir un nombre, il suffit d'énumérer les chiffres (hexadécimaux) qui le composent. Par exemple, le nombre 2000 se traduit 7D0 en hexadécimal, et ainsi BIDAHO en Bibi.

1. Quel jour sommes-nous en bibinaire ?
2. Convertir les nombres suivants de la base 10 au bibinaire, et vice-versa :

Décimal	— Bibinaire —
0	
3	
89	
4875	
1048577	

Bibinaire	— Décimal —
DODO	
KOKA	
BIBADE	
HAHIKIDO	
KIHADIDODO	

3. Calculer  $DO+BE$ , puis  $HAHE+HA$ . Poser alors l'addition  $DODO+BEBE$  et la calculer à partir des deux sommes précédentes.
4. Calculer  $BE \times DO$ , puis  $BOKO+BO$ . Poser alors la multiplication  $DODO \times BEBE$  et la calculer à partir des deux résultats précédents.
5. On admet que  $HAHAHA = 273_{10}$ . En déduire rapidement les valeurs de  $HAHAHAHA$  et de  $HAHAHAHAHA$  en justifiant la méthode utilisée. Qu'en est-il du calcul de  $HIHIHIHIHI$  à partir de  $HIHIHI$  ?

**Exercice 8** Sur la lointaine planète Infok les Informatoks jouent à un jeu très populaire. Mais dans chaque région d'Infok où se joue un match, les Informatoks ont la mauvaise habitude de ne pas utiliser la même technique d'affichage des scores. Néanmoins les scores doivent apparaître sur toute la planète. L'objectif de cet exercice est d'aider les Informatoks chargés des affichages à s'y retrouver. Infok est composée de trois régions :

- Les Binoks n'utilisent que des lampes éteintes ou allumées pour afficher les résultats. Ils sont en base 2.
- Les Hexoks, réputés pour leur avarice, ne veulent utiliser que deux caractères pour afficher les scores par mi-temps, ainsi la base 16 leur suffit.
- Enfin les Décoks, qui sont la honte des Informatoks, n'utilisent que des chiffres dans une bête base 10.

1. Il y a eu un match dans chaque région ; afficher les scores pour les autres régions :
  - (a) chez les Binoks : score 10110 à 111101,
  - (b) chez les Hexoks : score 1E à 39
  - (c) chez les Décoks : score 172 à 240
2. Un indice dans l'énoncé permet de déterminer le nombre de points maximum que l'on peut marquer dans ce sport en une mi-temps. Quel est-il ?
3. Lors d'un match particulièrement serré, les supporters n'étaient pas d'accord sur le total des scores des mi-temps et donc sur le vainqueur. Donner le score final et le vainqueur des différents matchs, en effectuant les opérations dans la base correspondant au score.

Région	Equipe	1ère mi-temps	2ème mi-temps	— total —
Binoks	Biclars	1001011	11001	
	Bihell	101110	10001001	
Hexoks	Hexoux	90	BB	
	Hextoir	F1	76	